

1

節

点と直線

1

2点間の距離

数直線上の2点間の距離

(教科書 p.62)

数直線上の点には実数に対応し、2点  $A(a)$ ,  $B(b)$  間の距離  $AB$  は、 $a$ ,  $b$  の大小に関係なく、絶対値の記号を用いて ① ) と表される。

例 1 2点  $A(3)$ ,  $B(-1)$  に対し  
 $AB =$



問1 次の2点間の距離を求めよ。  
(1)  $O(0)$ ,  $A(3)$

(2)  $A(-1)$ ,  $B(5)$

(3)  $A(7)$ ,  $B(3)$

座標平面上の2点間の距離

(教科書 p.62)

|                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2点間の距離                                                                                                                                     |
| 2点 $A(x_1, y_1)$ , $B(x_2, y_2)$ 間の距離は<br>$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ とくに、原点 $O$ と点 $P(x, y)$ の距離は $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$ |

例 2 2点  $A(-2, 4)$ ,  $B(2, 3)$  間の距離は  
 $AB =$   
原点  $O$  と点  $P(5, 12)$  の距離は  
 $OP =$

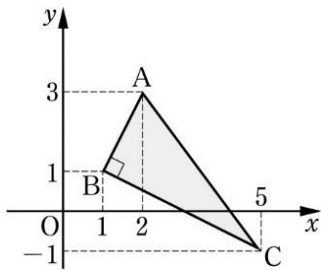
問2 次の2点間の距離を求めよ。  
(1)  $A(2, 1)$ ,  $B(5, 7)$

(2)  $A(-3, 5)$ ,  $B(-2, -2)$

(3)  $O(0, 0)$ ,  $P(-4, 3)$

(4)  $A(8, -2)$ ,  $B(8, -19)$

例 3 3点  $A(2, 3)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(5, -1)$  を頂点とする  $\triangle ABC$  は、どのような形の三角形かを調べてみよう。この三角形の3辺の長さは  
 $AB =$   
 $BC =$   
 $CA =$   
であるから  
よって、 $\triangle ABC$  は ( ) である。



**問3** 次の3点を頂点とする三角形はどのような形の三角形か。

(1)  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 2)$ ,  $C(3, -1)$

(2)  $A(2, \sqrt{3})$ ,  $B(-1, 2\sqrt{3})$ ,  $C(-1, 0)$

**問4** 2点  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 4)$  から等距離にある  $y$  軸上の点  $Q$  の座標を求めよ。

**例 4** 2点  $A(-1, 2)$ ,  $B(4, 3)$  から等距離にある  $x$  軸上の点  $P$  の座標を求めよう。点  $P$  の座標を  $(x, 0)$  とする。

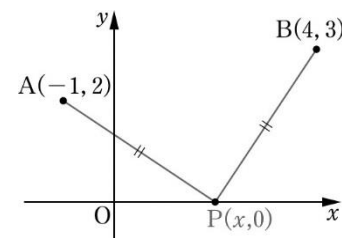
$AP = BP$  より  $AP^2 = BP^2$

よって

$$(x + 1)^2 + (-2)^2 = (x - 4)^2 + (-3)^2$$

これを解くと  $x = 2$

すなわち



## 2 内分点・外分点

### 数直線上の内分点・外分点

$m, n$  を正の数とする。

線分 AB 上に点 P があり

$$AP : PB = m : n$$

が成り立つとき、点 P は線分 AB を  $m : n$  に (2) ) するという。

(教科書 p.64)



例 5 右の図において

点 P は線分 AB を ( ) に内分し、

点 Q は線分 AB を ( ) に内分する。

問 5 2 点 A(3), B(7) に対して、線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P, 1 : 3 に内分する点 Q をそれぞれ数直線上に図示せよ。

2 点 A( $a$ ), B( $b$ ) に対して、線分 AB を  $m : n$  に内分する点 P の座標  $x$  を求めてみよう。 $a < b$  のとき、 $a < x < b$  となるから

$$AP = x - a, \quad PB = b - x$$

である。AP : PB =  $m : n$  であるから

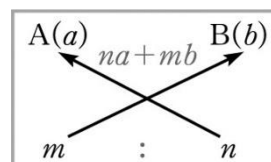
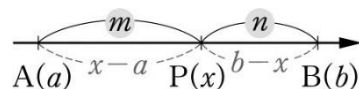
$$(x - a) : (b - x) = m : n$$

すなわち  $m(b - x) = n(x - a)$

ゆえに (3) )

$a > b$  のときも同様にして同じ式が導かれる。

とくに、線分 AB の (4) ) の座標は (5) ) である。



問 6 2 点 A(-4), B(6) に対して、次の点の座標を求めよ。

(1) 線分 AB の中点 M

(2) 線分 AB を 3 : 2 に内分する点 P

(3) 線分 AB を 1 : 4 に内分する点 Q

(4) 線分 BA を 1 : 4 に内分する点 R

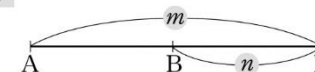
$m, n$  を異なる正の数とする。

線分 AB の延長上に点 P があり

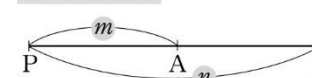
$$AP : PB = m : n$$

が成り立つとき、点 P は線分 AB を  $m : n$  に (6) ) するという。

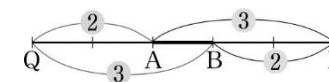
$m > n$  のとき



$m < n$  のとき



例 6 右の図の点 P は線分 AB を ( ) に外分し、点 Q は ( ) に外分する。



問 7 例 6 の線分 AB を 1 : 2 に外分する点 R を図示せよ。

2点  $A(a)$ ,  $B(b)$  に対して、線分  $AB$  を  $m:n$  に外分する点  $P$  の座標  $x$  を求めてみよう。

$a < b$ ,  $m > n$  とすると、点  $P$  は線分  $AB$  の右側にあるから

$$a < b < x$$

となる。

よって  $AP = x - a$ ,  $PB = x - b$

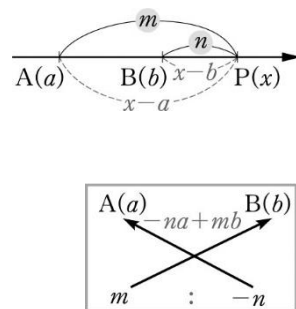
$AP : PB = m : n$  であるから

$$(x - a) : (x - b) = m : n$$

すなわち  $m(x - b) = n(x - a)$

ゆえに  $(\text{⑦})$

この式は  $a$  と  $b$ ,  $m$  と  $n$  の大小に関係なく成り立つ。



**問8** 2点  $A(-5)$ ,  $B(7)$  に対して、次の点の座標を求めよ。

(1) 線分  $AB$  を  $2:1$  に外分する点  $P$

(2) 線分  $AB$  を  $1:3$  に外分する点  $Q$

## 座標平面上の内分点・外分点

(教科書 p.66)

外分点の座標も、内分点の場合と同様に求めることができる。

### 内分点・外分点の座標

2点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  を結ぶ線分  $AB$  を

$m:n$  に**内分**する点の座標は

$$\left( \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$$

$m:n$  に**外分**する点の座標は

$$\left( \frac{-nx_1 + mx_2}{m - n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m - n} \right)$$

とくに、線分  $AB$  の**中点**の座標は

$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

**例7** 2点  $A(-2, 1)$ ,  $B(4, 4)$  がある。

線分  $AB$  を  $2:1$  に内分する点  $P$  の座標を求めてみよう。

$P(x, y)$  とすると

$$x = \quad, \quad y =$$

したがって、求める点  $P$  の座標は ( ) である。

線分  $AB$  を  $2:1$  に外分する点  $Q$  の座標を求めてみよう。

$Q(x', y')$  とすると

$$x' = \quad, \quad y' =$$

したがって、求める点  $Q$  の座標は ( ) である。

**問9** 次の2点  $A$ ,  $B$  を結ぶ線分  $AB$  を,  $3:2$  に内分する点  $P$ ,  $3:2$  に外分する点  $Q$ , および線分  $AB$  の中点  $M$  の座標を求めよ。

(1)  $A(1, 3)$ ,  $B(6, 5)$

(2)  $A(-2, 3)$ ,  $B(4, -1)$

**例題** 点  $A(2, 3)$  に関して, 点  $P(-1, 2)$  と対称な点  $Q$  の座標を求めよ。

1

**解**

**問10** 4点  $A(-1, -1)$ ,  $B(5, -2)$ ,  $C(3, 3)$ ,  $D$  を頂点とする平行四辺形  $ABCD$  について, 次の点の座標を求めよ。

(1) 対角線  $AC$  の中点  $M$

(2) 頂点  $D$

三角形の重心

(教科書 p.68)

三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を<sup>㉔</sup>中線という。三角形の3本の中線は1点で交わり、この点をその三角形の<sup>㉕</sup>重心という。重心はそれぞれの中線を2:1に内分する点である。

|                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------|
| 三角形の重心                                                                 |
| 3点 $A(x_1, y_1)$ , $B(x_2, y_2)$ , $C(x_3, y_3)$ を頂点とする△ABC            |
| の重心 G の座標は $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ |

**例 8** 3点  $A(2, 3)$ ,  $B(5, -4)$ ,  $C(-1, 1)$  を頂点とする△ABC の重心 G の座標  $(x, y)$  は

$$x = \frac{2+5+(-1)}{3} = 2, \quad y = \frac{3+(-4)+1}{3} = 0$$

すなわち

**問 11** 3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-5, -1)$ ,  $C(8, -7)$  を頂点とする△ABC の重心 G の座標を求めよ。