解説

$\boxed{1}$ (与式)$=2A-2B-6A+9B=-4A+7B$

$=-4(x^2-3xy+4y^2)+7(2x^2-xy+3y^2)$

$=-4x^2+12xy-16y^2+14x^2-7xy+21y^2$

$=10x^2+5xy+5y^2$

解説

$\boxed{2}$ (1)　(与式)$=^{ア}3x^2+5xy-2y^2$

(2)　(与式)$=\{(a-2b)-3c\}^2$

$=(a-2b)^2-6(a-2b)c+9c^2$

$=a^2-4ab+4b^2-6ac+12bc+9c^2$

$=^{イ}a^2+4b^2+9c^2-4ab+12bc-6ca$

別解　(与式)$=a^2+(-2b)^2+(-3c)^2+2\cdot a\cdot(-2b)$

$+2\cdot(-2b)\cdot(-3c)+2\cdot(-3c)\cdot a$

$=^{イ}a^2+4b^2+9c^2-4ab+12bc-6ca$

(3)　(与式)$=\{(a-2b)+5c\}\{(a-2b)-5c\}$

$=(a-2b)^2-(5c)^2$

$=^{ウ}a^2-4ab+4b^2-25c^2$

(4)　(与式)$=(2a)^3-3\cdot(2a)^2\cdot5b+3\cdot2a\cdot(5b)^2-(5b)^3$

$=^{エ}8a^3-60a^2b+150ab^2-125b^3$

(5)　(与式)$=(x+2)(x^2-2x+4)\times(x+2)(x-2)$

$=(x^3+8)(x^2-4)$

$=^{オ}x^5-4x^3+8x^2-32$

解説

$\boxed{3}$ (1)　(与式)$=^{ア}(2x+3y)(6x-5y)$

(2)　(与式)$=(2x)^3-(3y)^3$

$=(2x-3y)\{(2x)^2+2x\cdot3y+(3y)^2\}$

$=^{イ}(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

(3)　(与式)$=x^2-(y^2-2y+1)$

$=x^2-(y-1)^2$

$=\{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\}$

$=^{ウ}(x+y-1)(x-y+1)$

(4)　(与式)$=2b(a^2-1)+(a^3-a)$

$=2b(a^2-1)+a(a^2-1)$

$=(a^2-1)(2b+a)$

$=^{エ}(a+1)(a-1)(a+2b)$

別解　(与式)$=a^2(a+2b)-(a+2b)$

$=(a+2b)(a^2-1)$

$=^{エ}(a+2b)(a+1)(a-1)$

(5)　(与式)$=2x^2-(y+7)x-(y^2-y-6)$

$=2x^2-(y+7)x-(y+2)(y-3)$

$=\{x-(y+2)\}\{2x+(y-3)\}$

$=^{オ}(x-y-2)(2x+y-3)$

(6)　(与式)$=(x+1)(x-2)\times(x+3)(x-4)+24$

$=(x^2-x-2)(x^2-x-12)+24$

$=\{(x^2-x)-2\}\{(x^2-x)-12\}+24$

$=(x^2-x)^2-14(x^2-x)+48$

$=\{(x^2-x)-6\}\{(x^2-x)-8\}$

$=(x^2-x-6)(x^2-x-8)$

$=^{カ}(x+2)(x-3)(x^2-x-8)$

解説

4 $A+B+C=x^2$ から

$$C=-A-B+x^2$$
$$=-(x^2+3x-2)-(3x^2+2x+1)+x^2$$
$$={}^{アイ}-3x^2-{}^{ウ}5x+{}^{エ}1$$

また，$AB=(x^2+3x-2)(3x^2+2x+1)$ を展開したときの x^2 の項は

$$x^2\cdot 1+3x\cdot(2x)-2\cdot(3x^2)=x^2$$

よって，x^2 の係数は　${}^{オ}1$

解説

5 (1)　⓪ ～ ③ の 4 つの式において，x^2y の係数を計算すると

⓪　$-3A+3B+C$ は　$-3+3=0$

①　$-3A+2B+2C$ は　$-3+2=-1$

②　$-3A+B+3C$ は　$-3+1=-2$

③　$-3A+4C$ は　-3

$x^3-x^2y-xy^2+y^3$ の x^2y の係数は -1 であるから，これを表す式は ① しかあり得ない。

実際，

$$-3A+2B+2C=-3(x^3+x^2y+xy^2+y^3)+2(x^3+x^2y+y^3)+2(x^3+xy^2+y^3)$$
$$=x^3-x^2y-xy^2+y^3$$

となる。(ア ①)

(2)　$(a+b)(a+b+ab+1)$ を展開したときの ab の項は

$$a\cdot b+b\cdot a=2ab$$

一方，③ の $(a+b+1)(ab+a+b)$ を展開したときの ab の項は

$$a\cdot b+b\cdot a+1\cdot ab=3ab$$

よって，等しくない式は　イ ③

別解　(恒等式の考え方を利用)

$(a+b)(a+b+ab+1)$ に $a=1$，$b=1$ を代入すると

$$(1+1)(1+1+1\cdot 1+1)=8$$

一方，③ の $(a+b+1)(ab+a+b)$ に $a=1$，$b=1$ を代入すると

$$(1+1+1)(1\cdot 1+1+1)=9$$

$8\fallingdotseq 9$ でないから...

参考　⓪，①，② は，次のような式変形により，与式と等しいことがわかる。

⓪　$(a+b)(a+1)(b+1)=(a+b)(a+b+ab+1)$

①　$(b+1)a^2+(b+1)^2a+b(b+1)=(b+1)\{a^2+(b+1)a+b\}$
$$=(b+1)(a+b)(a+1)$$
$$=(a+b)(a+1)(b+1)$$
$$=(a+b)(a+b+ab+1)$$

②　$(a+b)^2+ab(a+b)+a+b=(a+b)\{(a+b)+ab+1\}$
$$=(a+b)(a+b+ab+1)$$