$\boxed{1}$ (1)「$x=y \Longrightarrow x^2=y^2$」は真。

また，「$x^2=y^2 \Longrightarrow x=y$」は偽。

(反例：$x=2$，$y=-2$)

よって，十分条件であるが，必要条件ではない。

ゆえに　ア ②

(2)「xy が有理数 $\Longrightarrow$ x と y がともに有理数」は偽。

(反例：$x=\sqrt{2}$，$y=-\sqrt{2}$)

また，「x と y がともに有理数 $\Longrightarrow$ xy が有理数」は真。

よって，必要条件であるが，十分条件ではない。

ゆえに　イ ①

(3)「m と n がともに奇数 $\Longrightarrow$ $3mn$ が奇数」は真。

また，「$3mn$ が奇数 $\Longrightarrow$ m と n がともに奇数」も真。

(証明)　対偶「m，n の少なくとも一方が偶数 $\Longrightarrow$ $3mn$ は偶数」が真であるから，もとの命題も真である。

よって，必要十分条件である。

ゆえに　ウ ⓪

$\boxed{2}$ 命題「$a=0$ または $b=0$ ならば，$a+b=0$ かつ $a-b=0$」について

(ア)　逆は「$a+b=0$ かつ $a-b=0$ ならば，$a=0$ または $b=0$」

(イ)　対偶は「$a+b\fallingdotseq 0$ または $a-b\fallingdotseq 0$ ならば，$a\fallingdotseq 0$ かつ $b\fallingdotseq 0$」

(ウ)　裏は「$a\fallingdotseq 0$ かつ $b\fallingdotseq 0$ ならば，$a+b\fallingdotseq 0$ または $a-b\fallingdotseq 0$」

(エ)～(カ)　真偽について

逆は真である。(エ ⓪)

(証明)　$a+b=0$ かつ $a-b=0$ のとき，2 式の辺々を加えると　　$2a=0$

よって　　$a=0$　　このとき　　$b=0$

対偶は偽である。(オ ①)

(反例)　$a=1$，$b=0$

裏は真である。(カ ⓪)

(証明)　逆が真であるから，その対偶である裏も真である。

$\boxed{3}$ (a)　$\{0\}$ は，0 のみを要素にもつ集合である。

0 は有理数であるから，$\{0\}$ は集合 A の部分集合である。

すなわち　　$A\supset\{0\}$　(ア ③)

(b)　$\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ であり，$\sqrt{7}$ は無理数であるから，$\sqrt{28}$ は無理数である。

よって，$\sqrt{28}$ は集合 B の要素であるから

$$\sqrt{28}\in B \quad (イ ⓪)$$

参考　($\sqrt{28}$ が無理数であることの証明)

$\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ が有理数であると仮定する。

その有理数を r とすると，$2\sqrt{7}=r$ から

$$\sqrt{7}=\frac{r}{2}$$

r が有理数のとき，$\frac{r}{2}$ は有理数であるから，この等式は $\sqrt{7}$ が無理数であることに矛盾。

したがって，$\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ は無理数である。

(c)　$\{0\}\subset A$ であるから

$$A=\{0\}\cup A \quad (ウ ⑤)$$

(d)　有理数であり，かつ無理数である数は存在しないから

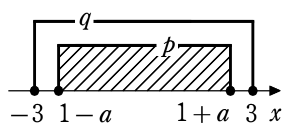
$$\varnothing=A\cap B \quad (エ ④)$$

$\boxed{4}$ 条件 p は　$|x-1|\leqq a \Longleftrightarrow -a\leqq x-1\leqq a$

$\Longleftrightarrow 1-a\leqq x\leqq 1+a$

条件 q は　$|x|\leqq 3 \Longleftrightarrow -3\leqq x\leqq 3$

命題「$p \Longrightarrow q$」が真となるための条件は，右の図から



$-3\leqq 1-a$ かつ $1+a\leqq 3$

$-3\leqq 1-a$ から　　$a\leqq 4$

$1+a\leqq 3$ から　　$a\leqq 2$

よって，$a\leqq 4$ かつ $a\leqq 2$ かつ $a>0$ であるから　　$0<a\leqq 2$

したがって，命題「$p \Longrightarrow q$」が真となるような a の最大値は ア2 である。