$\boxed{1}$
$$y=-x^2-2x+1=-(x^2+2x)+1$$
$$=-\{(x+1)^2-1\}+1=-(x+1)^2+2$$

よって，この 2 次関数のグラフは ア上 に凸の放物線で，

軸は　直線 イ $x=-1$，　頂点の座標は　ウ$(-1,\ 2)$

放物線 $y=-(x+1)^2+2$ を x 軸方向に -3，y 軸方向に 5 だけ平行移動して得られる放物線 C の頂点の座標は　$(-4,\ 7)$

よって，C の方程式は　$y=$ エ $-(x+4)^2+7$　($y=$ エ $-x^2-8x-9$ でもよい)

また，放物線 C を原点に関して対称移動すると，頂点は $(4,\ -7)$ に移動し，下に凸の放物線になるから，x^2 の係数は 1 で，その方程式は

$y=$ オ $(x-4)^2-7$　($y=$ オ x^2-8x+9 でもよい)

別解　$y=-x^2-2x+1$ のグラフを x 軸方向に -3，y 軸方向に 5 だけ平行移動して得られる放物線 C の方程式は　$y-5=-\{x-(-3)\}^2-2\{x-(-3)\}+1$

すなわち　$y=$ エ $-x^2-8x-9$

さらに，この放物線 C を原点に関して対称移動して得られる放物線の方程式は

$$-y=-(-x)^2-8\cdot(-x)-9$$

すなわち　$y=$ オ x^2-8x+9

$\boxed{2}$ (1)　軸が直線 $x=-2$ であるから，求める 2 次関数は $y=a(x+2)^2+q$ と表される。

そのグラフが 2 点 $(0,\ -1)$，$(-3,\ -4)$ を通るから

$$-1=a(0+2)^2+q,\quad -4=a(-3+2)^2+q$$

すなわち　$4a+q=-1$，$a+q=-4$

これを解くと　$a=1$，$q=-5$

よって，求める 2 次関数は　$y=$ ア $(x+2)^2-5$

(2)　求める 2 次関数を $y=ax^2+bx+c$ とおく。

このグラフが 3 点 $(-1,\ -6)$，$(1,\ -2)$，$(3,\ 10)$ を通るから

$$\begin{cases} a-b+c=-6 & \cdots\cdots ① \\ a+b+c=-2 & \cdots\cdots ② \\ 9a+3b+c=10 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

②−① から　$2b=4$　　よって　$b=2$

③−② から　$8a+2b=12$　　すなわち　$4a+b=6$　……④

$b=2$ を ④ に代入して　$4a+2=6$　　ゆえに　$a=1$

$a=1$，$b=2$ を ① に代入して　$1-2+c=-6$　　ゆえに　$c=-5$

よって，求める 2 次関数は　$y=$ イ x^2+2x-5

$\boxed{3}$ 上に凸の放物線であるから　$a<0$　(ア ②)

また　$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

よって，頂点の座標は $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$ で，図より

$$-\frac{b}{2a}>0,\quad -\frac{b^2-4ac}{4a}>0$$

これと $a<0$ から　$b>0$，$b^2-4ac>0$　(イ ⓪，エ ⓪)

y 軸の交点の y 座標 c が正であるから　$c>0$　(ウ ⓪)

$f(x)=ax^2+bx+c$ とする。

また，$f(1)=0$ から　$a+b+c=0$　(オ ①)

$f(-1)<0$ から　$a-b+c<0$　(カ ②)

$\boxed{4}$ $y=x^2+2ax+b$ を変形すると　$y=(x+a)^2-a^2+b$

よって，G_2 の頂点の座標は　$(-a,\ -a^2+b)$

この点が G_1 上にあるから　$-a^2+b=3\cdot(-a)^2-2\cdot(-a)-1$

整理すると　$b=$ ア $4a^2+$ イ $2a-$ ウ 1

さらに，G_2 が点 $(0,\ 5)$ を通るから　$b=5$

よって　$5=4a^2+2a-1$

ゆえに　$2a^2+a-3=0$

すなわち　$(a-1)(2a+3)=0$

したがって　$a=$ エ 1，$\dfrac{\text{オカ}-3}{\text{キ}2}$