

1 節 平面上のベクトル

1 ベクトルの意味

有向線分とベクトル

平面上で、点 A から点 B までの移動は、右の図のように、線分 AB に向きを示す矢印をつけて表すことができる。このような向きのついた線分を (①) という。

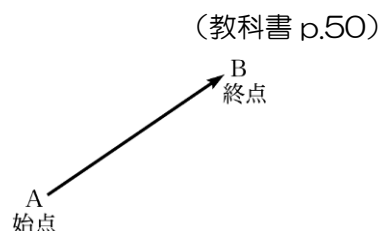
線分 AB の長さを有向線分 AB の (②) または長さ という。

また、有向線分 AB において、A を (③), B を (④) という。

有向線分について、その位置を問題にせず、向きと大きさだけに着目したものを (⑤) という。

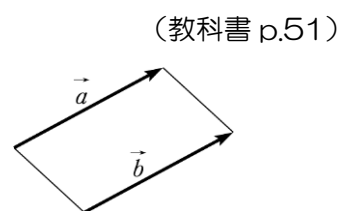
有向線分 AB の表すベクトルを、(⑥) と書く。

そして、有向線分 AB の長さをベクトル $\overrightarrow{AB}$ の (⑦) といい、(⑧) で表す。



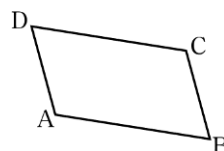
ベクトルの相等

2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の向きと大きさが一致するとき、これらのベクトルは (⑨) といい、 $\vec{a} = \vec{b}$ と表す。



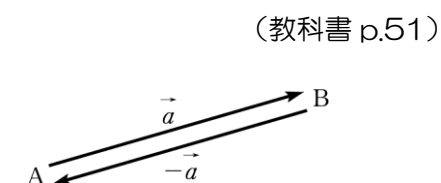
問1 右の平行四辺形で、次のベクトルのうち互いに等しいものを答えよ。

- ① $\overrightarrow{AD}$ ② $\overrightarrow{BA}$
 ③ $\overrightarrow{BC}$ ④ $\overrightarrow{CD}$

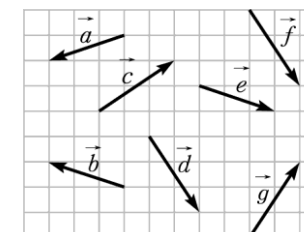


逆ベクトルと零ベクトル

ベクトル $\vec{a}$ と大きさが同じで、向きが反対のベクトルを $\vec{a}$ の (⑩) といい、(⑪) で表す。



問2 右の図の中で、等しいベクトルを答えよ。
 また、互いに逆ベクトルであるものを答えよ。



始点と終点の一致したベクトル $\overrightarrow{AA}$ は大きさが 0 のベクトルと考えられる。このベクトルを (⑫) といい、(⑬) で表す。

2 ベクトルの加法・減法・実数倍

ベクトルの加法

(教科書 p.52)

ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して, 1つの点 A をとり

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \quad \vec{b} = \overrightarrow{BC}$$

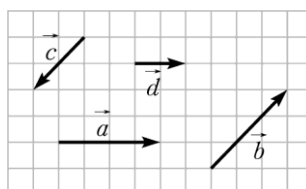
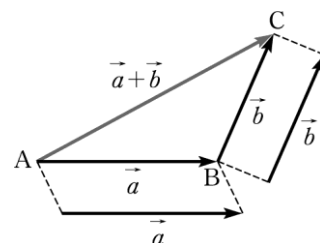
となるように点 B, C をとる。このとき,

$\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の ⁽¹⁴⁾) とい

⁽¹⁵⁾)

と表す。すなわち

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



問3 右の図において, 次のベクトルを図示せよ。

(1) $\vec{a} + \vec{b}$

(2) $\vec{c} + \vec{a}$

(3) $\vec{a} + \vec{d}$

(4) $\vec{b} + \vec{c}$

ベクトルの加法については, 次のことが成り立つ。

ベクトルの加法

- | | | |
|---|---|------|
| ① | $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ | 交換法則 |
| ② | $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ | 結合法則 |
| ③ | $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ | |
| ④ | $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ | |

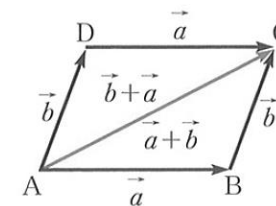
▶証明

①を証明する。ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して, 平面上に点 A をとり, $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ となるように点 B, D をとる。下の図のように平行四辺形 ABCD をつくと

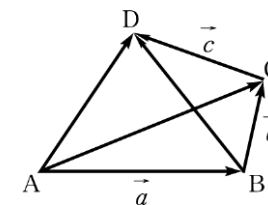
$$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\vec{b} + \vec{a} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$$

であるから, $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ が成り立つ。



問4 右の図を用いて, 上の法則②が成り立つことを確かめよ。



問5 平面上に 3 点 A, B, C がある。このとき, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ が成り立つことを示せ。

ベクトルの減法

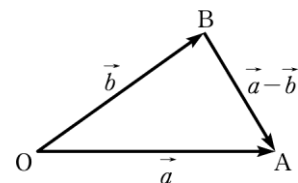
ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して, 1つの点 O をとり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ となる
2点 A , B をとると $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$ である。このとき, ベクトル $\overrightarrow{BA}$ を $\vec{a}$ と
 $\vec{b}$ の ⁽¹⁶⁾) とい

⁽¹⁷⁾)

と表す。すなわち

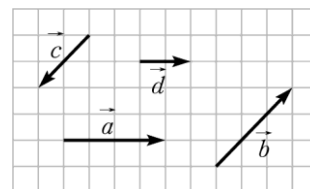
⁽¹⁸⁾)

(教科書 p.53)



問6 右の図において, 次のベクトルを図示せよ。

(1) $\vec{a} - \vec{b}$

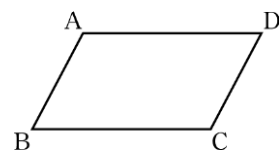


(2) $\vec{c} - \vec{a}$

(3) $\vec{a} - \vec{d}$

問7 右の図の平行四辺形において, 次のベクトルの差を求めよ。

(1) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$



(2) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}$

(3) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$