

円の接線

(教科書 p.88)

円の接線

円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 $P(x_1, y_1)$ における接線の方程式は

$$x_1x + y_1y = r^2$$

応用
例題

4

▶ 解

点 (7, 1) を通り、円 $x^2 + y^2 = 25$ に接する直線の方程式を求めよ。

問 12 次の円上の点 P における接線の方程式を求めよ。

(1) $x^2 + y^2 = 25$, $P(3, 4)$

(2) $x^2 + y^2 = 9$, $P(-1, 2\sqrt{2})$

(3) $x^2 + y^2 = 16$, $P(0, 4)$

(4) $x^2 + y^2 = 10$, $P(-\sqrt{10}, 0)$

問 13 点 (15, 5) を通り、円 $x^2 + y^2 = 50$ に接する直線の方程式を求めよ。

3 2つの円

2つの円の位置関係

(教科書 p.90)

例 6 点 (2, 4) を中心とし、円 $x^2 + y^2 = 45$ に内接する円の方程式を求めよう。円 $x^2 + y^2 = 45$

は中心が原点、半径が $3\sqrt{5}$ の円である。

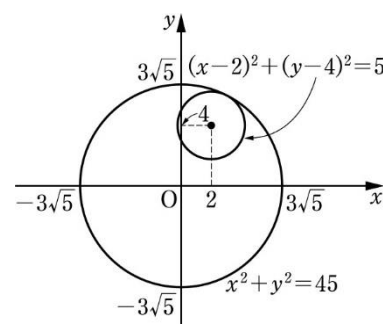
2つの円の中心間の距離は

$$\sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

よって、求める円の半径は

$$3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

ゆえに、求める円の方程式は



2つの円の共有点

(教科書 p.91)

応用
例題

次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

$$x^2 + y^2 = 10, \quad x^2 + y^2 - 12x + 6y + 20 = 0$$

5
考え方

解

問 14 点 (3, 4) を中心とし、円 $x^2 + y^2 = 1$ に外接する円の方程式を求めよ。

問 15 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

$$x^2 + y^2 = 5, \quad x^2 + y^2 - 12x + 4y + 15 = 0$$

応用
例題
6

2つの円 $x^2 + y^2 - 1 = 0$, $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$ の交点と原点 O を通る円の方程式を求めよ。

問 16 2つの円 $x^2 + y^2 - 4 = 0$, $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ の交点と点 $(2, 1)$ を通る円の方程式を求めよ。

2つの円の交点を通る円

前ページの例題5のように、2つの円

$$x^2 + y^2 - 10 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 6y + 20 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

は、2点 $(1, -3)$, $(3, 1)$ で交わる。

2つの円①, ②に対し、 k を定数として、次の方程式を考える。

$$(x^2 + y^2 - 10) + k(x^2 + y^2 - 12x + 6y + 20) = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$x = 1$, $y = -3$ および $x = 3$, $y = 1$ が③を満たすから、2点 $(1, -3)$, $(3, 1)$ は③で表される図形上にある。

また、③を変形すると

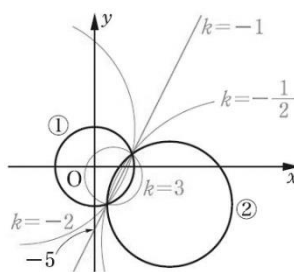
$$(k+1)x^2 + (k+1)y^2 - 12kx + 6ky + (-10k+20) = 0$$

となる。したがって

$k \neq -1$ のとき、③は2つの円①, ②の交点を通る円を表し、

$k = -1$ のとき、③は2つの円①, ②の交点を通る直線を表す。

(教科書 p.92)



問 題

(教科書 p.93)

9 次の円の方程式を求めよ。

(1) 中心が $(-4, 3)$ で、 y 軸に接する円

(2) 点 $(-4, -5)$ を中心とし、直線 $x - 2y = 1$ に接する円

(3) x 軸上に中心をもち、2点 $(3, \sqrt{3})$, $(2, -2)$ を通る円

(4) 直線 $y = 2x - 5$ 上に中心をもち、2点 $(4, 6)$, $(-2, 2)$ を通る円

10 方程式 $3x^2 + 3y^2 - 2x - 3y + 1 = 0$ は、どのような図形を表すか。

1 1 次の問に答えよ。

(1) 3点 $(-3, 5)$, $(-2, 6)$, $(4, -2)$ を通る円の方程式を求めよ。

(2) (1)の円が点 $(5, a)$ を通るとき, a の値を求めよ。

1 2 直線 $y = mx - 3$ が円 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ と異なる2点で交わるとき, 定数 m の値の範囲を求めよ。

1 3 円 $x^2 + y^2 = 4$ と点 $P(3, 2)$ がある。このとき、次の問に答えよ。

(1) 点 P を通り、この円に接する直線の方程式と接点の座標を求めよ。

(2) (1)で求めた接点を A, B とするとき、直線 AB の方程式を求めよ。

1 4 円 $x^2 + y^2 = 20$ に接し、直線 $2x + y = 10$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

1 5 点 $A(4, 2)$ を中心とし、円 $x^2 + y^2 = 5$ に接する円の方程式を求めよ。

1 6 円 $x^2 + y^2 - 2kx - 6y + k^2 + 5 = 0$ が、円 $x^2 + y^2 = 49$ に含まれるとき、定数 k のとり得る値の範囲を求めよ。