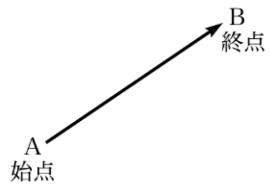
1節 平面上のベクトル

1 ベクトルの意味

有向線分とベクトル

（教科書 p.50）

平面上で，点 A から点 B までの移動は，右の図のように，線分 AB に向きを示す矢印をつけて表すことができる。このような向きのついた線分を（① 有向線分 ）という。



線分 AB の長さを有向線分 AB の（② 大きさ ）または長さという。

また，有向線分 AB において，A を（③ 始点 ），B を（④ 終点 ）という。

有向線分について，その位置を問題にせず，向きと大きさだけに着目したものを（⑤ ベクトル ）という。

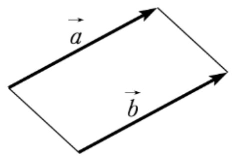
有向線分 AB の表すベクトルを，（⑥ $\overrightarrow{AB}$ ）と書く。

そして，有向線分 AB の長さをベクトル $\overrightarrow{AB}$ の（⑦ 大きさ ）といい，（⑧ $|\overrightarrow{AB}|$ ）で表す。

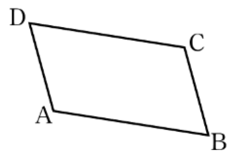
ベクトルの相等

（教科書 p.51）

2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の向きと大きさが一致するとき，これらのベクトルは（⑨ 等しい ）といい，$\vec{a}=\vec{b}$ と表す。



問1 右の平行四辺形で，次のベクトルのうち互いに等しいものを答えよ。



① $\overrightarrow{AD}$　② $\overrightarrow{BA}$

③ $\overrightarrow{BC}$　④ $\overrightarrow{CD}$

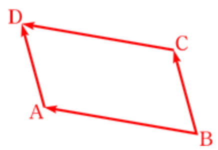
右の図より

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$

よって

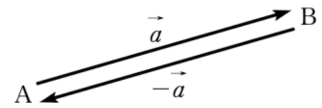
①と③，②と④



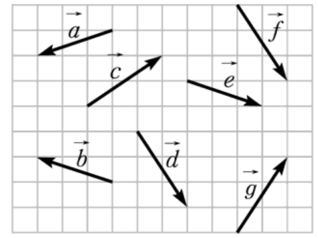
逆ベクトルと零ベクトル

（教科書 p.51）

ベクトル $\vec{a}$ と大きさが同じで，向きが反対のベクトルを $\vec{a}$ の（⑩ 逆ベクトル ）といい，（⑪ $-\vec{a}$ ）で表す。



問2 右の図の中で，等しいベクトルを答えよ。
また，互いに逆ベクトルであるものを答えよ。



右の図より

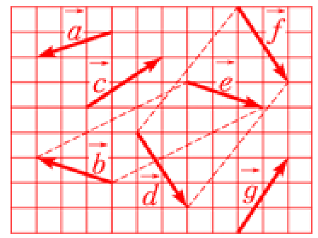
$\vec{d}=\vec{f}$，$\vec{b}=-\vec{e}$

よって

等しいベクトルは

$\vec{d}$ と $\vec{f}$

互いに逆ベクトルであるものは　$\vec{b}$ と $\vec{e}$



始点と終点の一致したベクトル $\overrightarrow{AA}$ は大きさが 0 のベクトルと考えられる。このベクトルを（⑫ 零ベクトル ）といい，（⑬ $\vec{0}$ ）で表す。

2 ベクトルの加法・減法・実数倍

ベクトルの加法

（教科書 p.52）

ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して，1 つの点 A をとり

$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$,　　$\vec{b} = \overrightarrow{BC}$

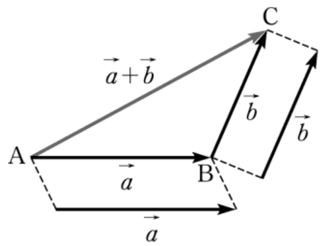
となるように点 B, C をとる。このとき,

$\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の（⑭　　和　　）といい

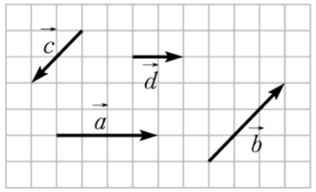
（⑮　　$\vec{a}+\vec{b}$　　）

と表す。すなわち

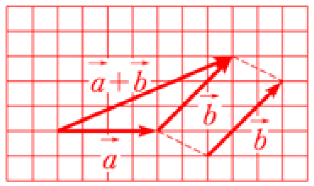
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



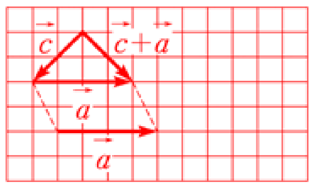
問3　右の図において，次のベクトルを図示せよ。



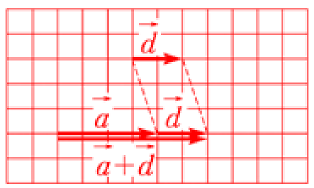
（1）　$\vec{a}+\vec{b}$



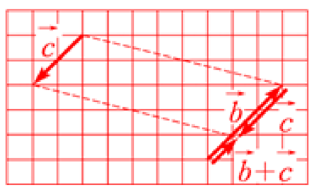
（2）　$\vec{c}+\vec{a}$



（3）　$\vec{a}+\vec{d}$



（4）　$\vec{b}+\vec{c}$



ベクトルの加法については，次のことが成り立つ。

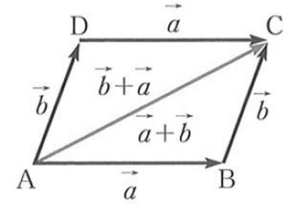
ベクトルの加法		
$\boxed{1}$	$\vec{a}+\vec{b} = \vec{b}+\vec{a}$	**交換法則**
$\boxed{2}$	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c} = \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$	**結合法則**
$\boxed{3}$	$\vec{a}+\vec{0} = \vec{a}$	
$\boxed{4}$	$\vec{a}+(-\vec{a}) = \vec{0}$	

証明　$\boxed{1}$ を証明する。ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して，平面上に点 A をとり，$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ となるように点 B, D をとる。下の図のように平行四辺形 ABCD をつくると

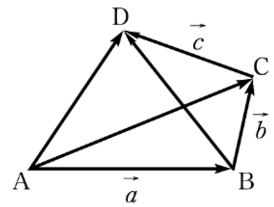
$\vec{a}+\vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\vec{b}+\vec{a} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$

であるから，$\vec{a}+\vec{b} = \vec{b}+\vec{a}$ が成り立つ。



問4　右の図を用いて，上の法則 $\boxed{2}$ が成り立つことを確かめよ。

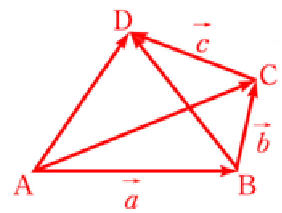


右の図より

$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD}$

$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$

$= \overrightarrow{AD}$



一方

$\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c}) = \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

$= \overrightarrow{AD}$

ゆえに　$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c} = \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

すなわち，結合法則が成り立つ。

問5　平面上に 3 点 A, B, C がある。このとき，$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ が成り立つことを示せ。

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}$

$= \overrightarrow{AA}$

$= \vec{0}$

ベクトルの減法

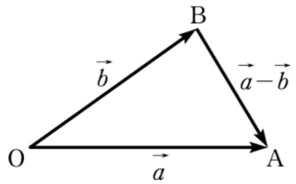
（教科書 p.53）

ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して，1 つの点 O をとり，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ となる 2 点 A, B をとると $\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BA}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ である。このとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の（⑯　差　）といい

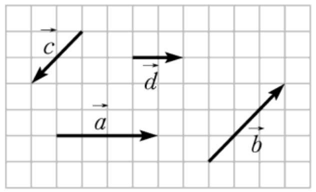
（⑰　$\vec{a}-\vec{b}$　）

と表す。すなわち

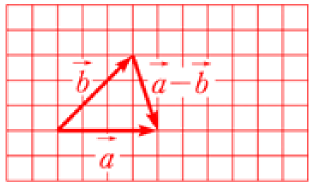
（⑱　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$　）



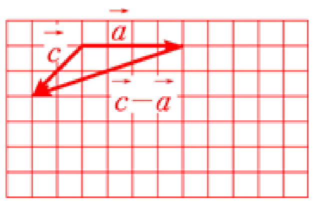
問6 右の図において，次のベクトルを図示せよ。



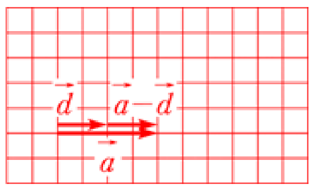
(1)　$\vec{a}-\vec{b}$



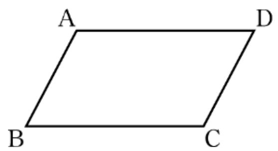
(2)　$\vec{c}-\vec{a}$



(3)　$\vec{a}-\vec{d}$



問7 右の図の平行四辺形において，次のベクトルの差を求めよ。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathbf{BD}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\overrightarrow{\mathbf{AC}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\overrightarrow{\mathrm{DC}}$

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathbf{BD}}$