ベクトルの実数倍

（教科書 p.54）

ベクトル $\vec{a}$ と実数 k に対して，$\vec{a}$ の k 倍（[19]　　　　　）を次のように定義する。

(i)　$\vec{a} \neq \vec{0}$ のとき, $k\vec{a}$ は

$k > 0$ ならば，$\vec{a}$ と同じ向きで，大きさが k 倍のベクトル

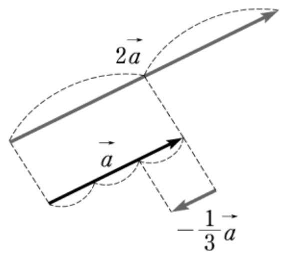
$k < 0$ ならば，$\vec{a}$ と反対の向きで，大きさが $|k|$ 倍のベクトル

$k = 0$ ならば，$\vec{0}$　すなわち　$0\vec{a} = \vec{0}$

(ii)　$\vec{a} = \vec{0}$ のとき，任意の実数 k に対して　$k\vec{0} = \vec{0}$

例 1 ベクトル $\vec{a}$ に対して，$2\vec{a}$ は $\vec{a}$ と同じ向きで大きさが 2 倍のベクトルである。

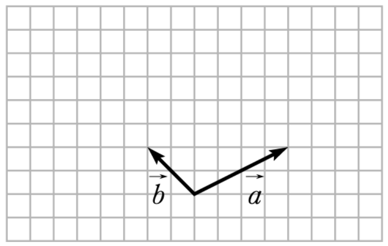
$-\frac{1}{3}\vec{a}$は $\vec{a}$と反対の向きで大きさが $\frac{1}{3}$ 倍のベクトルである。



問8 右の図のように $\vec{a}$, $\vec{b}$ が与えられたとき, 次のベクトルを図示せよ。

(1)　$-\frac{1}{2}\vec{a}$　　　(2)　$\vec{a} + 3\vec{b}$

(3)　$-\vec{a} + 2\vec{b}$　　　(4)　$\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}$

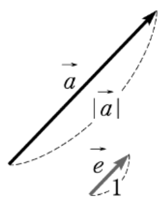


注意　$\frac{1}{k}\vec{a}$ を $\frac{\vec{a}}{k}$ と書くことがある。

大きさが 1 のベクトルを（[20]　　　　　　　）という。

一般に，$\vec{a} \neq \vec{0}$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{e}$ とすると，次のようになる。

（[21]　　　　　）

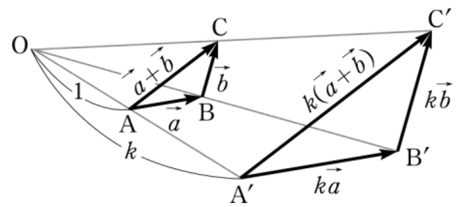


問9　$|\vec{a}| = 3$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを求めよ。

実数 $k,\ l$ に対して，次の法則が成り立つ。

ベクトルの実数倍	
1	$k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$
2	$(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$
3	$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$

問10 次の図を用いて，上の 3 が成り立つことを確かめよ。



例 2 $2(\vec{a} - 4\vec{b}) + 3(2\vec{a} + 3\vec{b}) =$

次を計算せよ。

（1） $3\vec{a}+4\vec{a}-2\vec{a}$

（2） $3(\vec{a}+2\vec{b})-5(2\vec{a}-\vec{b})$

問12 次の式を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

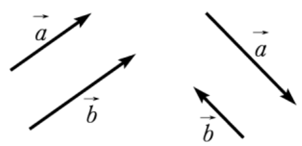
（1） $\vec{x}-3\vec{b}=-2\vec{x}+9\vec{a}$

（2） $3(\vec{x}-2\vec{a})-2(\vec{x}-4\vec{b})=2\vec{a}-4\vec{b}-3\vec{x}$

ベクトルの平行

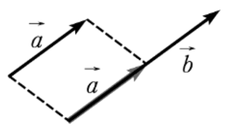
（教科書 p.56）

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が，同じ向きまたは反対向きであるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は（㉒　　　　　　）であるといい，（㉓　　　　　　）と書く。

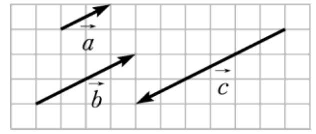


ベクトルの平行の定義と実数倍の定義から，次のことがわかる。

ベクトルの平行条件
$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき $\boldsymbol{\vec{a}} \,/\!/\, \boldsymbol{\vec{b}} \iff$ $\boldsymbol{\vec{b}=k\vec{a}}$ となる実数 $\boldsymbol{k}$ がある



問13 右の図で，$\vec{b}$, $\vec{c}$ を $\vec{a}$ で表せ。また，$\vec{a}$, $\vec{b}$ を $\vec{c}$ で表せ。

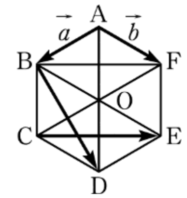


ベクトルの分解

（教科書 p.56）

例題 1 右の図の正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

（1） $\overrightarrow{CE}$　　　　（2） $\overrightarrow{BD}$



解

問14 例題 1 で，$\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DF}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

一般に，平面上の 2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，次のことが成り立つ。

分解の一意性
$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ かつ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行でないとき，平面上の任意のベクトル $\vec{p}$ は，$\vec{p}=k\vec{a}+l\vec{b}$ の形にただ 1 通りに表される。ただし，k, l は実数である。

$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ かつ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行でないとき，次のことが成り立つ。

（㉔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

とくに　（㉕　　　　　　　　　　　　　　　　）

$\boxed{\text{注意}}$ $\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ かつ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行でないとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は（㉖　　　　　　）であるという。