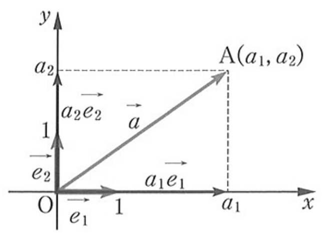
3 ベクトルの成分

座標とベクトル

（教科書 p.58）

O を原点とする座標平面上で，x 軸および y 軸の正の向きと同じ向きの単位ベクトルを，（㉗　　　　　　　　　　）といい，それぞれ（㉘　　　　　　　）で表す。



◀ $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ は1次独立であるから，この表し方はただ1通りである。

いま，与えられたベクトル $\vec{a}$ に対して，$\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ となる点 A をとり，その座標を $(a_1,\ a_2)$ とすると，$\vec{a}$ は

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2}$$

と表される。

これを $\vec{a}$ の（㉙　　　　　　　　　　）という。この a_1，a_2 をそれぞれ $\vec{a}$ の（㉚　　　　　　　　）といい，$\vec{a}$ を

（㉛　　　　　　　　　　）

と表す。この表し方を，$\vec{a}$ の（㉜　　　　　　　）という。

ベクトルの表示	
$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2}$	基本ベクトル表示
$\vec{a} = (a_1,\ a_2)$	成分表示

また，2つのベクトル $\vec{a} = (a_1,\ a_2)$，$\vec{b} = (b_1,\ b_2)$ に対して

（㉝　　　　　　　　　　　　　　　）

$\vec{a}$ の大きさ $|\vec{a}|$ は，線分 OA の長さであるから，成分表示されたベクトルの大きさは，次のようになる。

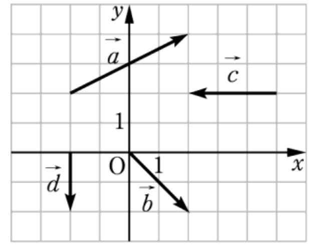
ベクトルの大きさ
$\vec{a} = (a_1,\ a_2)$ のとき　　$|\vec{a}| = \sqrt{a_1{}^2 + a_2{}^2}$

例 3 基本ベクトル表示が $\vec{a} = 4\overrightarrow{e_1} - 3\overrightarrow{e_2}$ であるベクトル $\vec{a}$ において

$\vec{a}$ の成分表示は　　$\vec{a} = (4,\ -3)$

$\vec{a}$ の大きさは　　$|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$

問15　右の図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を成分表示し，その大きさを求めよ。



成分による演算

（教科書 p.59）

和，差，実数倍の演算を成分を用いて表すと，次のようになる。

成分による演算		
1	$(a_1,\ a_2) + (b_1,\ b_2) = (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2)$	
2	$(a_1,\ a_2) - (b_1,\ b_2) = (a_1 - b_1,\ a_2 - b_2)$	
3	$k(a_1,\ a_2) = (ka_1,\ ka_2)$	k は実数

例 4 $\vec{a} = (5,\ 2)$，$\vec{b} = (3,\ 4)$ のとき

$\vec{a} + \vec{b} =$

$3\vec{a} - 2\vec{b} =$

問16　$\vec{a} = (2,\ -3)$，$\vec{b} = (-1,\ 2)$ のとき，次のベクトルを成分表示せよ。

(1)　$\vec{a} + \vec{b}$

(2)　$2\vec{a} - 5\vec{b}$

(3)　$3\left(2\vec{a}-6\vec{b}\right)-5(\vec{a}-4\vec{b})$

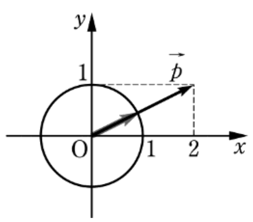
問17　$\vec{a}=(3,\ 0)$, $\vec{b}=(4,\ -5)$ のとき，$\vec{a}-3\vec{x}=2\left(\vec{x}+\vec{b}\right)$ を満たす $\vec{x}$ の成分表示を求めよ。

例 5　$\vec{p}=(2,\ 1)$ のとき，$\vec{p}$ と同じ向きの単位ベクトルの成分表示を求めてみよう。

$|\vec{p}|=$

であるから，求める単位ベクトルは

$\dfrac{\vec{p}}{|\vec{p}|}=$



問18　$\vec{a}=(12,\ -5)$ と同じ向きの単位ベクトルを成分表示せよ。

例題 2　$\vec{a}=(2,\ 3)$, $\vec{b}=(-1,\ 2)$ のとき，$\vec{c}=(5,\ 4)$ を $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形で表せ。

解

問19　$\vec{a}=(1,\ 2)$, $\vec{b}=(1,\ -1)$ のとき，次のベクトルを $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形で表せ。

(1)　$\vec{c}=(5,\ 1)$

(2)　$\vec{d}=(0,\ -3)$

（教科書 p.61）

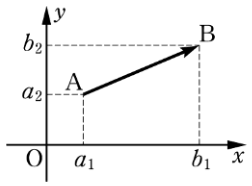
一般に，2 点 A，B に対して，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分表示と大きさは次のようになる。

座標と成分表示

$\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ のとき

1 $\overrightarrow{\mathbf{AB}} = (\boldsymbol{b_1 - a_1},\ \boldsymbol{b_2 - a_2})$

2 $|\overrightarrow{\mathbf{AB}}| = \sqrt{(\boldsymbol{b_1 - a_1})^2 + (\boldsymbol{b_2 - a_2})^2}$



問20 3 点 $\mathrm{A}(-2,\ 6)$，$\mathrm{B}(3,\ -1)$，$\mathrm{C}(3, -4)$ について，次のベクトルを成分表示し，その大きさを求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{CA}}$

例題 3 平面上に 3 点 $\mathrm{A}(3,\ -2)$，$\mathrm{B}(7,\ -1)$，$\mathrm{C}(-1,\ 4)$ がある。四角形 ABCD が平行四辺形となるような点 D の座標を求めよ。

解

問21 例題 3 の 3 点 A，B，C を頂点にもつ平行四辺形は 3 つある。他の 2 つの平行四辺形の残りの頂点の座標を求めよ。

ベクトルの平行

（教科書 p.62）

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ について，次のことが成り立つ。

ベクトルの平行条件
$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき $\boldsymbol{\vec{a}\ /\!/\ \vec{b}} \iff (\boldsymbol{b_1},\ \boldsymbol{b_2})=\boldsymbol{k}(\boldsymbol{a_1},\ \boldsymbol{a_2})$ となる実数 $\boldsymbol{k}$ がある

問22 $\vec{a}=(1,\ -2)$，$\vec{b}=(-3,\ y)$ が平行になるような y の値を求めよ。

例 6 $\vec{a}=(4,\ 3)$ と平行で，大きさが 4 であるベクトル $\vec{b}$ を求めてみよう。

k を実数として　$\vec{b}=k\vec{a}=k(4,\ 3)=(4k,\ 3k)$　……①

となり，$|\vec{b}|=$　　　　　　　　を満たす。

これより，$25k^2=16$ であるから　$k=$

よって，①より求めるベクトルは　　　　　　，

問23 $\vec{a}=(-2,\ 2)$ と平行で，大きさが 3 であるベクトルを求めよ。

例題 4 $\vec{a}=(3,\ -2)$，$\vec{b}=(1,\ -4)$，$\vec{c}=(-1,\ 2)$ のとき，$\vec{a}+t\vec{b}$ が $\vec{c}$ と平行になるような実数 t の値を求めよ。

解

問24 $\vec{a}=(6,\ -1)$，$\vec{b}=(-3,\ 2)$，$\vec{c}=(1,\ -1)$ のとき，$\vec{a}+t\vec{b}$ が $\vec{c}$ と平行になるような実数 t の値を求めよ。