3 連立不等式の表す領域

（教科書 p.100）

例 3 連立不等式

$$\begin{cases} x-2y>-1 & \cdots\cdots① \\ x+y>2 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

の表す領域を求めてみよう。

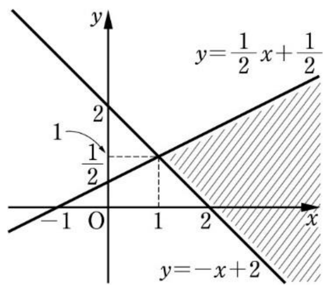
①より　$y<\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

よって，①の表す領域は

②より　$y>-x+2$

よって，②の表す領域は

したがって，求める領域は図の斜線部分となる。ただし，



問8 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} 2x+y>3 \\ 3x-2y<8 \end{cases}$$

問9 第 1 象限は，どのような連立不等式の表す領域といえるか。また第 2 象限，第 3 象限，第 4 象限についてはどうか。

問 10 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} x+2y-2\leqq 0 \\ x-y+1\geqq 0 \\ y\geqq 0 \end{cases}$$

例題 5 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} x^2+y^2>4 & \cdots\cdots① \\ y<x+1 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

解

問 11 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $\begin{cases} x+y>0 \\ x^2+y^2<1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x^2+y^2 \leqq 16 \\ (x-4)^2+y^2 \leqq 1 \end{cases}$

例題 6 不等式 $(x-y)(x+y-1)>0$ の表す領域を図示せよ。

解

問 12 不等式 $(3x-y+5)(x-2y+5) \leqq 0$ の表す領域を図示せよ。

領域を利用した証明

（教科書 p.102）

応用 例題 7

次のことが成り立つことを証明せよ。

$$x^2+y^2<y \quad \Longrightarrow \quad x^2+y^2<1$$

考え方

証明

問 13　次のことが成り立つことを証明せよ。

(1)　$x^2+y^2 \leqq 8 \quad \Longrightarrow \quad x+y \leqq 4$

(2)　$x^2+y^2-6x-8y<0 \quad \Longrightarrow \quad x>0$　または　$y>0$

領域と最大値・最小値

（教科書 p.103）

応用例題 8

点 $(x,\ y)$ が連立不等式

$$x+3y \leqq 9,\quad 2x+y \leqq 8,\quad x \geqq 0,\quad y \geqq 0$$

の表す領域 D を動くとき，$x+y$ の最大値と最小値を求めよ。

考え方

解

問 14 点 $(x,\ y)$ が連立不等式

$$x-2y+3 \geqq 0,\quad 2x+y-4 \leqq 0,\quad x \geqq 0,\quad y \geqq 0$$

の表す領域 D を動くとき，$x+y$ の最大値と最小値を求めよ。

問 題

（教科書 p.104）

１７ 3 点 $O(0,\ 0)$，$A(4,\ 2)$，$B(5,\ 1)$ に対して，次の式を満たす点 P の軌跡を求めよ。

(1) $OP^2 = AP^2 + BP^2$

(2) $OP^2 + AP^2 = 2BP^2$

１８ 点 P が直線 $2x - y - 1 = 0$ 上を動くとき，点 $A(-3,\ 1)$ と点 P を結ぶ線分 AP を $3:5$ に内分する点 Q の軌跡を求めよ。

１９ 次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $5x + 4y - 12 \geqq 0$

(2) $x^2 + y^2 - 6x + 4y < 3$

(3) $(x^2 + y^2 - 1)(2x - y - 1) < 0$

２０ 次の不等式の表す領域を図示せよ。

（1） $\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 \leqq 0 \\ x^2 + y^2 - 9 \geqq 0 \end{cases}$

⑵ $1 < x^2 + y^2 < 2x + 2y + 7$

⑶ $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqq 4 \\ (x+1)(y-1) \geqq 0 \end{cases}$

２１ 次のことが成り立つことを証明せよ。

(1) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 < 0 \quad \Longrightarrow \quad x > 0$ かつ $y < 0$

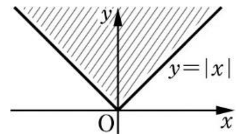
(2) $x^2 + y^2 + 2x - 4y \geqq 15 \quad \Longrightarrow \quad x^2 + y^2 \geqq 5$

２２　点 $(x,\ y)$ が不等式 $x^2+y^2 \leqq 5$ の表す領域を動くとき，$2x+y$ の最大値を求めよ。

参考　いろいろな不等式の表す領域

（教科書 p.105）

例1 不等式 $y>|x|$ の表す領域は，関数 $y=|x|$ のグラフである折れ線の（　　　　　　）である。ただし，



問1 次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1)　$y>|x|-1$

(2)　$y\leqq|x-1|$

例2 不等式 $|x|+|y|<1$ の表す領域は

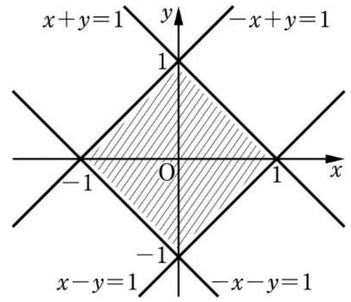
$x\geqq0,\ y\geqq0$のとき

$x<0,\ y\geqq0$のとき

$x<0,\ y<0$のとき

$x\geqq0,\ y<0$のとき

であるから，右の図の斜線部分である。ただし，



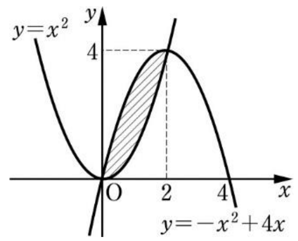
問2 不等式 $|x|+|y|<2$ の表す領域を図示せよ。

例 3

連立不等式 $\begin{cases} y \geqq x^2 \\ y \leqq -x^2+4x \end{cases}$ の表す領域は，放物線 $y=x^2$ および，

その（　　　　　　　）と，放物線 $y=-x^2+4x$ および，

その（　　　　　　　）との共通部分である。ただし，



問3 連立不等式 $\begin{cases} y \leqq \frac{1}{4}x^2 \\ y \geqq x^2-3 \end{cases}$ の表す領域を図示せよ。