数学Ⅱ　第１回　確認プリント

組	番号	名　　前

1　2点A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2)について，次の$\boxed{}$をうめよ。

(1)　2点A，B間の距離は

$$AB=\sqrt{\left(\boxed{x_2-x_1}\right)^2\boxed{+}\left(\boxed{y_2-y_1}\right)^2}$$

線分ABを$m:n$に内分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{n}x_1+\boxed{m}x_2}{m\boxed{+}n},\ \frac{\boxed{n}y_1+\boxed{m}y_2}{m\boxed{+}n}\right)$$

線分ABの中点の座標は　$\left(\frac{\boxed{x_1+x_2}}{2},\ \frac{\boxed{y_1+y_2}}{2}\right)$

線分ABを$m:n$に外分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{-n}x_1+\boxed{m}x_2}{m\boxed{-}n},\ \frac{\boxed{-n}y_1+\boxed{m}y_2}{m\boxed{-}n}\right)$$

点Cの座標を(x_3, y_3)とすると，△ABCの重心の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{\boxed{3}},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{\boxed{3}}\right)$$

2　3点A(0, 3)，B(−5, −2)，C(2, −1)とするとき，次の問に答えよ。

(1)　2点B，C間の距離を求めよ。

$BC=\sqrt{\{2-(-5)\}^2+\{-1-(-2)\}^2}=5\sqrt{2}$

(2)　△ABCはどのような形の三角形か。

$AB=\sqrt{(-5-0)^2+(-2-3)^2}=5\sqrt{2}$

$CA=\sqrt{(0-2)^2+\{3-(-1)\}^2}=2\sqrt{5}$

(1)より　$B=5\sqrt{2}$

よって　△ABCは AB=BCの二等辺三角形

(3)　線分ABを2：3に外分する点Dの座標を求めよ。

$\left(\frac{-3\times0+2\times(-5)}{2-3},\ \frac{-3\times3+2\times(-2)}{2-3}\right)$

より　$(10, 13)$

(4)　△ACDの重心Gの座標を求めよ。

$\left(\frac{0+2+10}{3},\ \frac{0+2+13}{3}\right)$

より　$(4, 5)$

(5)　2点A，Cから等距離にあるx軸上の点Pの座標を求めよ。

$P(x, 0)$ とおくと　$AP^2=CP^2$ より

$x^2+(-3)^2=(x-2)^2+1^2$

これを解くと $x=-1$　よって $P(-1, 0)$

3　4点A(4, 3)，B(−1, 2)，C(2, −1)，Dを頂点とする平行四辺形ABCDについて，次の点の座標を求めよ。

(1)　対角線ACの中点M

$\left(\frac{4+2}{2},\ \frac{3-1}{2}\right)$ より $(3, 1)$

(2)　頂点D

$D(x, y)$ とおくと．$M(3, 1)$ より

$\frac{-1+x}{2}=3$，$\frac{2+y}{2}=1$

これを解いて．$D(7, 0)$

4　△ABCの3つの辺AB，BC，CAの中点をそれぞれL(2, 0)，M(5, 3)，N(1, 2)とするとき，頂点A，B，Cの座標を求めよ。

$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，$C(x_3, y_3)$ とおくと

$\frac{x_1+x_2}{2}=2$，$\frac{x_2+x_3}{2}=5$，$\frac{x_3+x_1}{2}=1$

$\frac{y_1+y_2}{2}=0$，$\frac{y_2+y_3}{2}=3$，$\frac{y_3+y_1}{2}=2$

これらを連立して解くと．

$A(-2, -1)$，$B(6, 1)$，$C(4, 5)$

数学Ⅱ　第2回　確認プリント

組	番号	名　　前

1　2点$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$について，次の□をうめよ。

(1)　点Aを通り，傾きmの直線の方程式は

$$y-\boxed{y_1}=m(x-\boxed{x_1})$$

2点A，Bを通る直線の方程式は

$x_1 \neq x_2$のとき　$y-\boxed{y_1}=\dfrac{\boxed{y_2-y_1}}{\boxed{x_2-x_1}}(x-\boxed{x_1})$

(2)　2直線$y=mx+n$，$y=m'x+n'$について

平行条件は　$m=\boxed{m'}$　　垂直条件は　$mm'=\boxed{-1}$

(3)　点Aと直線$ax+by+c=0$の距離dは

$$d=\frac{|\boxed{a}x_1+\boxed{b}y_1+\boxed{c}|}{\sqrt{\boxed{a^2}+\boxed{b^2}}}$$

2　次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

(1)　点(2, 1)を通り，傾きが3

$y-1=3(x-2)$　より $y=3x-5$

(2)　2点(2, 3)，(3, −5)を通る。

$y-3=\dfrac{-5-3}{3-2}(x-2)$ より $y=-8x+19$

(3)　2点(−2, 1)，(−2, 5)を通る。

$x=-2$

(4)　x切片が5，y切片が−3

$\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{-3}=1$ より $\dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{3}=1$

3　点A(2, 3)と直線l：$4x-3y+5=0$について，次の問に答えよ。

(1)　点Aを通り，直線lに平行な直線の方程式を求めよ。

lの傾きは$\frac{4}{3}$なので求める直線の方程式は

$y-3=\dfrac{4}{3}(x-2)$　よって　$4x-3y+1=0$

(別)　$4(x-2)-3(y-3)=0$ より $4x-3y+1=0$

(2)　点Aを通り，直線lに垂直な直線の方程式を求めよ。

求める直線の傾きを m とすると

$\dfrac{4}{3}\times m=-1$ より $m=-\dfrac{3}{4}$ よって求める直線の

方程式は $y-3=-\dfrac{3}{4}(x-2)$ よって $3x+4y-18=0$

(3)　点Aと直線lの距離を求めよ。

$$\frac{|4\times 2-3\times 3+5|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{4}{5}$$

4　3点A(−2, −2)，B(2, a)，C(4, 1)が一直線上にあるように，定数aの値を定めよ。

AC：$y-(-2)=\dfrac{1-(-2)}{4-(-2)}\{x-(-2)\}$ つまり $y=\dfrac{1}{2}x-1$

これが点Bを通るので $a=\dfrac{1}{2}\times 2-1$ より $a=0$

5　2点A(−1, 3)，B(3, −3)を結ぶ線分ABの垂直二等分線の方程式を求めよ。

ABの中点は $\left(\dfrac{-1+3}{2}, \dfrac{3-3}{2}\right)$ より $(1, 0)$

ABの傾きは $\dfrac{-3-3}{3-(-1)}=-\dfrac{3}{2}$ なので ABに垂直な

直線の傾きは $\dfrac{2}{3}$ になる。よって垂直二等分線は

$y-0=\dfrac{2}{3}(x-1)$ より $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{3}$

6　2直線$3x+y+5=0$，$x+4y-3=0$の交点と点(−1, 2)を通る直線の方程式を求めよ。

kを定数とすると，2直線の交点を通る直線は

$3x+y+5+k(x+4y-3)=0$ と表せる。

これに $x=-1, y=2$ を代入して解くと $k=-1$

よって $3x+y+5-(x+4y-3)=0$ より

$2x-3y+8=0$

7　点(1, 1)と直線$mx-2y-m+8=0$の距離が2のとき，定数mの値を求めよ。

$$\frac{|m\times 1-2\times 1-m+8|}{\sqrt{m^2+(-2)^2}}=2$$

$6=2\sqrt{m^2+4}$

$m^2=5$　　よって $m=\pm\sqrt{5}$

数学Ⅱ　第3回　確認プリント

組	番号	名　　前

1　次の［　　］をうめよ。

(1)　点 (a, b) を中心とする半径 r の円の方程式は

$$(\boxed{x-a})^2+(\boxed{y-b})^2=\boxed{r}^2$$

(2)　円と直線の共有点の個数は，この円と直線の方程式を連立させて，1つ文字，たとえばy を消去し，x についての2次方程式

$$ax^2+bx+c=0$$

が得られたとき，判別式$D=\boxed{b^2-4ac}$ の符号によって，次のようになる。

$D>0 \Longleftrightarrow$ 円と直線の共有点は2個

$D=0 \Longleftrightarrow$ 円と直線の共有点は1個

$D<0 \Longleftrightarrow$ 円と直線の共有点はない

2　次の円の方程式を求めよ。

(1)　点 $(1, -2)$ を中心とし，点 $(-2, 4)$ を通る円

半径は $\sqrt{\{1-(-2)\}^2+\{(-2)-4\}^2}=3\sqrt{5}$ なので

$(x-1)^2+(y+2)^2=45$

(2)　直線 $y=3x$ 上に中心をもち，2点A$(4, 1)$，B$(-1, 0)$ を通る円

円の中心を $(a, 3a)$ とおくと

$(x-a)^2+(y-3a)^2=r^2$　$(r>0)$ と表せる。

点Aを通るので　$(4-a)^2+(1-3a)^2=r^2$ …①

点Bを 〃　$(-1-a)^2+(0-3a)^2=r^2$ …②

①，②より

$(4-a)^2+(1-3a)^2=(-1-a)^2+(0-3a)^2$

これを解くと $a=1$　これを①に代入すると

$(4-1)^2+(1-3)^2=r^2$　より $r^2=13$

よって　$(x-1)^2+(y-3)^2=13$

(3)　3点A$(-1, 2)$，B$(2, -7)$，C$(6, -5)$ を通る円

求める円の方程式を $x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおく

点Aを通るので　$(-1)^2+2^2-l+2m+n=0$ …①

点Bを 〃　$2^2+(-7)^2+2l-7m+n=0$ …②

点Cを 〃　$6^2+(-5)^2+6l-5m+n=0$ …③

①，②，③より解くと

$l=-4,\ m=4,\ n=-17$

よって　$x^2+y^2-4x+4y-17=0$

$(x-2)^2+(y+2)^2=25$

3　円 $x^2+y^2=25$ について，次の問に答えよ。

(1)　直線 $2x+y=k$ とこの円が共有点をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

円の中心が $(0, 0)$ で半径が5なので

$$\frac{|2\times0+1\times0-k|}{\sqrt{2^2+1^2}}\leqq5$$

$|-k|\leqq5\sqrt{5}$

よって　$-5\sqrt{5}\leqq k\leqq5\sqrt{5}$

(2)　この円と直線 $4x+3y-10=0$ の2つの交点を結ぶ線分の長さ l を求めよ。

円の中心と直線との距離は

$$\frac{|4\times0+3\times0-10|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$$

また，円の半径は5なので

求める線分の長さは　$2\times\sqrt{5^2-2^2}=2\sqrt{21}$

数学Ⅱ　第４回　確認プリント

組	番号	名　前

1　次の円上の点 における接線の方程式を求めよ。

(1)　$x^2+y^2=5$，P(1, 2)

$x+2y=5$　つまり　$x+2y-5=0$

(2)　$x^2+y^2=36$，P(6, 0)

$x=6$

2　点(1, 3)を中心とし，円 $x^2+y^2=40$ に内接する円の方程式を求めよ。

円 $x^2+y^2=40$ の中心は $(0,0)$ で半径は $2\sqrt{10}$

2円の中心間の距離は $\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

よって求める円の半径は $2\sqrt{10}-\sqrt{10}=\sqrt{10}$

したがって求める円の方程式は

$(x-1)^2+(y-3)^2=10$

3　円 $x^2+y^2-2kx+4ky+5k^2-9=0$ と
円 $x^2+y^2=4$ が互いに外部にあるとき，定数 k のとり得る値の範囲を求めよ。

円 $x^2+y^2=4$ は中心が $(0,0)$ 半径が2である。また

$x^2+y^2-2kx+4ky+5k^2-9=0$ を変形すると

$(x-k)^2+(y+2k)^2=9$ となるので

中心が $(k,-2k)$ 半径が3の円になる。

中心間の距離は $\sqrt{k^2+(-2k)^2}=\sqrt{5k^2}$

$k\geqq0$ のとき $\sqrt{5k^2}=\sqrt{5}k>2+3=5$ より $k>\sqrt{5}$

$k<0$ のとき $\sqrt{5k^2}=-\sqrt{5}k>2+3=5$ より $k<-\sqrt{5}$

よって $k<-\sqrt{5}$, $\sqrt{5}<k$

4　円 $x^2+y^2=5$ について，次の接線の方程式を求めよ。

(1)　点(−2, 1)を通る接線

$(-2)^2+1^2=5$ なので点 $(-2,1)$ は円上の点

よって

$-2x+y=5$　つまり　$2x-y+5=0$

(2)　点(3, 1)を通る接線

接点を (x_1,y_1) とおくと 接線は $x_1x+y_1y=5$ …①

これが点(3,1)を通るので $3x_1+y_1=5$ …②

また点 (x_1,y_1) は円上の点なので $x_1^2+y_1^2=5$ …③

②を③に代入すると $x_1^2+(-3x_1+5)^2=5$

これを解くと $x_1=1, 2$

②より $x_1=1$ のとき $y_1=2$，$x_1=2$ のとき $y_1=-1$

よって接線は $x+2y=5$ と $2x-y=5$

つまり $x+2y-5=0$ と $2x-y-5=0$

5　次の２つの円の共有点の座標を求めよ。

$x^2+y^2=10$，　$x^2+y^2-2x+y-15=10$

$x^2+y^2=10$ を $x^2+y^2-2x+y-15=10$ に代入すると

$10-2x+y-15=10$　　$y=2x+15$

これを $x^2+y^2=10$ に代入すると

$x^2+(2x+15)^2=10$

$5x^2+60x+215=0$

$x^2+12x+43=0$

$D/4=36-43=-7<0$

よって共有点を持たない。

数学Ⅱ　第5回　確認プリント

組	番号	名前

1　次の□をうめよ。

(1)　直線$y=mx+n$をlとすると

不等式　$y\ \boxed{>}\ mx+n$の表す領域は　直線lの上側

不等式　$y\ \boxed{<}\ mx+n$の表す領域は　直線lの下側

(2)　円$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$をCとすると

不等式　$(x-a)^2+(y-b)^2\ \boxed{<}\ r^2$の表す領域は　円$C$の内部

不等式　$(x-a)^2+(y-b)^2\ \boxed{>}\ r^2$の表す領域は　円$C$の外部

2　2点A(2, 0)，B(1, 3)から等距離にある点の軌跡を求めよ。［技］

条件を満たす点をP(x, y)とすると

AP=BPより AP^2=BP^{2}なので

$(x-2)^2+y^2=(x-1)^2+(y-3)^2$

これより $x-3y+3=0$

よって求める軌跡は

直線 $x-3y+3=0$

3　2点A$(-1, 0)$，B$(2, 0)$に対して，AP：BP＝2：1であるような点Pの軌跡を求めよ。［技］

P(x, y)とすると

AP：BP=2：1 より AP=2BPなので

AP^2=4BP^{2}となる。

すなわち $(x+1)^2+y^2=4\{(x-2)^2+y^2\}$

$x^2+y^2-6x+5=0$

$(x-3)^2+y^2=4$

よって点Pの軌跡は

中心$(3, 0)$，半径2の円

4　円$x^2+y^2=16$をCとする。C上を動く点Pと点A(8, 4)に対して，線分APを3：1に内分する点Qの軌跡を求めよ。［技］

Q(x, y)，P(s, t)とおく。

PはC上にあるので $s^2+t^2=16$ …①

QはAPを3：1に内分する点なので

$x=\frac{8+3s}{3+1}$，$y=\frac{4+3t}{3+1}$

すなわち

$s=\frac{4x-8}{3}$，$t=\frac{4y-4}{3}$ …②

②を①に代入すると

$\left(\frac{4x-8}{3}\right)^2+\left(\frac{4y-4}{3}\right)^2=16$

すなわち $(x-2)^2+(y-1)^2=9$

よって点Qの軌跡は

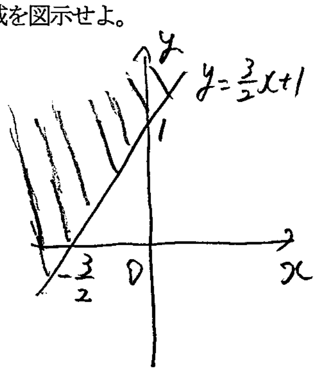
中心$(2, 1)$，半径3の円

5　不等式 $3x-2y+2\leqq 0$の表す領域を図示せよ。

$y\geqq\frac{3}{2}x+1$ より

右図の斜線部分

ただし，境界線を含む



数学Ⅱ　第6回　確認プリント

組	番号	名　前

1　次の$\boxed{\quad}$をうめよ。

(1)　2つの不等式を同時に満たす点全体の集合は，それぞれの不等式が表す領域の$\boxed{\text{共通部分}}$である。

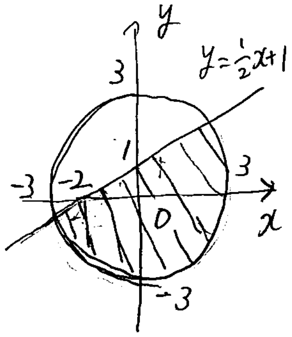
2　次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $\begin{cases} x^2+y^2<9 & \cdots\cdots① \\ x-2y+2>0 & \cdots\cdots② \end{cases}$

②は $y<\frac{1}{2}x+1$ なので

右図の斜線部分

ただし，境界線を含まない。



(2)　$(x+y-2)(x^2-4x+y^2)<0$

$\begin{cases} x+y-2>0 \\ x^2-4x+y^2<0 \end{cases}$

または

$\begin{cases} x+y-2<0 \\ x^2-4x+y^2>0 \end{cases}$

つまり

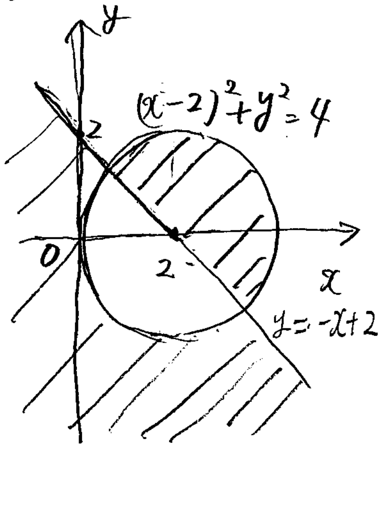
$\begin{cases} y>-x+2 \\ (x-2)^2+y^2<4 \end{cases}$

または

$\begin{cases} y<-x+2 \\ (x-2)^2+y^2>4 \end{cases}$

なので，右図の斜線部分

ただし境界線を含まない。



3　連立不等式$x\geqq0$，$y\geqq0$，$3x+y\leqq6$，$x+y\leqq4$の表す領域をDとするとき，次の問に答えよ。

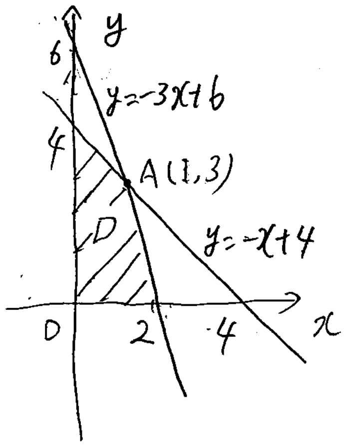
(1)　領域Dを図示せよ。

$3x+y\leqq6$

より $y\leqq-3x+6$

$x+y\leqq4$

より $y\leqq-x+4$



右図の斜線部分

ただし，境界線を含む

（$y=-3x+6$ と $y=-x+4$ の交点をAとすると

A(1,3) である。）

(2)　点(x, y)が領域Dを動くとき，$2x+y$の最大値と最小値を求めよ。

$2x+y=k$ とおくと

$y=-2x+k$ …①

①は傾き-2，y切片がkの直線なので，直線①が領域Dと共有点を持つときのy切片を考える。

kの値は(1)の点Aを通るとき最大で，原点を通るとき最小になる。よって

$2x+y$ は $x=1, y=3$のとき最大値 5

$x=0, y=0$のとき最小値 0